GUÍA DE EJERCICIOS # 1

MA – 1112

1.- Escribir las siguientes sumas usando la notación sigma:

(a) $3+5+7+9+11+13+15$ (b) $2+4+8+16+32+64$ (c) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$

(d) $6+6+6+6+6$ (e) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2(2)}+\cdots+\frac{1}{2(10)}$ (f) $\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}+\cdots+\sqrt{21}$

2.- Calcular las siguientes sumas:

(a) $\sum_{i=1}^{5}(2i-3)$ (b) $\sum_{i=5}^{8}\frac{1}{i+3}$ (c) $\sum_{i=0}^{4}(i+1)^2$

(d) $\sum_{i=1}^{50}(i^2+1)^2$ (e) $\sum_{i=1}^{n}\frac{7i}{n^2+1}$ (f) $\sum_{i=0}^{80} i(i+3)^2$

(g) $\sum_{i=3}^{30}(i^2-4)\frac{i}{n}$ (h) $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i(i+1)}$ (i) $\sum_{i=1}^{n}\left(\sqrt{2i+1}-\sqrt{2i-1}\right)$

3.- Encuentre el número n tal que:

(a) $\sum_{i=1}^{n} i = 78$ (b) $\sum_{i=1}^{n}\frac{2i^2}{n(n+1)} = 305$

4.- Usando rectángulos inscritos, calcular el área de la región bajo la curva $y=f(x)$, en el intervalo $[a,b]$ indicado:

(a) $f(x)=2x+1$; $[1,5]$ (b) $f(x)=1-x^2$; $[0,1]$

5.- Usando rectángulos circunscritos, calcular el área de la región bajo la curva $y=f(x)$, en el intervalo $[a,b]$ indicado:

(a) $f(x)=4-x$; $[1,3]$ (b) $f(x)=(x-1)^2$; $[0,2]$

6.- Calcular la suma de Riemann para $f(x)=x^2+x+1$, cuya partición del intervalo $[-10,5]$ está definida por $P=\{-10,-8,-6,-2,-1,1,3,5\}$ tomando como punto de muestra:

(a) $\overline{x_i}=x_i$ (b) $\overline{x_i}=x_{i-1}$ (c) $\overline{x_i}=\frac{x_{i-1}+x_i}{2}$

7.- Calcular la suma de Riemann para $f(x) = |x^2 - 1|$, cuya partición del intervalo $[-1,2]$ está definida por $P = \left\{-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2\right\}$ tomando $\overline{x_i} = x_{i+\frac{1}{2}}$, para $i = 1, 2, 3, 4$.

8.- Sea f la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & si \quad x \leq 1 \\ 2x + 1 & si \quad x > 1 \end{cases}$$

y sea $P = \left\{-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{8}{3}, 3\right\}$ una partición del intervalo $[-1, 3]$. Determinar la suma de Riemann tomando:

(a) $\overline{x_i} = i - 2$

(b) $\overline{x_i} = x_{i-1} + \frac{\Delta_{x_i}}{4}$

9.- Dada $f(x) = \text{sen}(x) + 1$ en $[-\pi, 2\pi]$, calcular la suma de Riemann empleando la partición $P = \left\{-\pi, 0, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\right\}$ y tomando como $\overline{x_i}$ al punto medio de $[x_{i-1}, x_i]$, para $i = 1,2,3,4$.

10.- Calcular la suma de Riemann, usando una partición de n subintervalos del intervalo I, de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = 8 - x^3$; $\quad I = [-1, 3]$

(b) $f(x) = |x + 3|$; $\quad I = [-5, 0]$

(c) $f(x) = \begin{cases} 3x - 5 & si \quad x < 1 \\ 2(2 - 3x) & si \quad 1 \leq x \leq 4 \\ x^2 - 9x & si \quad x > 4 \end{cases}$; $I = [-1, 5]$

11.- Calcular el área de la región limitada por la curva $y = 4x - x^2$ y el eje X.

12.- Calcular el área de la región limitada por la curva $y = \frac{1}{x} - 1$ entre el punto de corte con el eje X y el punto de abscisa $x = \frac{1}{2}$.

13.- Calcular el área de la región limitada por el eje X y las rectas $x + y = 10$, $x = 2$ y $x = 8$.

14.- Calcular el área de la región limitada por la curva $y = x^2 - 5x + 6$ y la recta $y = 2x$.